

М. А. Штомпель¹, І. В. Ковтун¹, І. І. Гусєва²

¹ Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна

² Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна

ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДЕКОДУВАННЯ ЗА ВПОРЯДКОВАНИМИ СТАТИСТИКАМИ АЛГЕБРАЇЧНИХ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ

Анотація. У роботі розглянуто застосування декодування за впорядкованими статистиками до коротких алгебраїчних згорткових кодів. Показано, що даний підхід доцільно застосовувати для надійного передавання службових повідомлень у каналах керування новітніх систем радіозв'язку. У роботі запропоновано алгоритм для програмної реалізації процесу завадостійкого передавання інформації для даних умов. Розглянуто загальні принципи та особливості реалізації основних етапів моделювання. Дослідження проводились для алгебраїчних згорткових кодів з максимальною кодовою відстанню для різних довжин кодового обмеження. Декодування даних кодів реалізовувалось для двох обраних степенів впорядкованих статистик у каналі з адитивним білим гаусовим шумом. У розробленій програмній реалізації декодування здійснювалось за критерієм мінімізації зваженої ваги Хемінга між згенерованими тестовими кодовими словами та прийнятим словом. Моделювання завершувалось при досягненні цільового значення коефіцієнту помилок. За результатами проведених досліджень визначено, що декодування за впорядкованими статистиками є ефективним для коротких алгебраїчних згорткових кодів, особливо у діапазоні високого відношення сигнал/шум. Представлений метод декодування доцільно використовувати для підвищення ефективності передавання службової інформації на базі коротких алгебраїчних згорткових кодів у системах радіозв'язку нового покоління.

Ключові слова: алгебраїчні згорткові коди, впорядковані статистики, декодування, ефективність, моделювання, системи радіозв'язку.

Вступ

Постановка проблеми. Новітні системи радіозв'язку передбачають надання різноманітних інформаційних та комунікаційних послуг з підвищеними вимогами до швидкості, надійності та затримки обробки інформації. Для забезпечення заданої якості надання послуг на фізичному рівні даних систем реалізуються удосконалені методи модуляції, цифрової обробки сигналів та завадостійкого кодування. Зокрема, завадостійке кодування відіграє важливу роль при досягненні таких ключових показників ефективності систем радіозв'язку як надійність передавання інформації, загальна продуктивність системи, затримка обробки даних у вузлах мережі, розмір зони покриття мережі, спектральна ефективність та енергетична ефективність мережевого обладнання [1 – 3].

Важливу роль у сучасних технологіях радіозв'язку відіграють згорткові коди. На даний момент існує значна кількість різних типів даних кодів, що використовуються окремо або в складі каскадних кодових конструкцій. Наприклад, нерекурсивні згорткові коди знаходять застосування у системах радіозв'язку другого покоління. В подальшому у системах радіозв'язку третього та четвертого покоління було здійснено перехід до турбокодів, побудованих на основі рекурсивних згорткових кодів. Стандартним методом декодування згорткових кодів є алгоритм Вітербі, обчислювальна складність якого значно зростає для великої довжини кодового обмеження. З іншого боку, застосування спеціального класу алгебраїчних згорткових кодів дозволяє гарантувати високі корегувальні характеристики та використовувати достатньо прості алгебраїчні методи декодування. Традиційною областю згорткових кодів є захист від помилок довгих інформаційних

послідовностей. Проте необхідність передавання коротких повідомлень у каналах керування систем радіозв'язку п'ятого та шостого поколінь вимагає вирішення актуальної задачі пошуку більш ефективних методів декодування [4, 5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У [6] представлено списковий метод декодування згорткових кодів, що мають перевірочну матрицю з низькою щільністю перевірок на парність. Перевагою даного методу є забезпечення досить малої затримки декодування за рахунок використання фіксованого вікна декодування малого розміру. У [7] розглянуто декодування на основі ковзного вікна локально відновлювальних алгебраїчних згорткових кодів. Показано, що ці коди характеризуються високою корегувальною здатністю та практично досягають границі Сінглтона. У [8] для декодування диференціальних згорткових кодів використано алгебраїчний метод Пітерсона-Горенштейна-Цирлера. З отриманих у роботі результатів випливає, що через обробку лише жорстких рішень ефективність декодування є досить невисокою. Для підвищення ефективності алгебраїчних згорткових кодів у [9] представлено біоінспірований метод декодування, що заснований на процедурі диференціальної еволюції. У роботі розглянуто особливості основних етапів декодування та підтверджено досягнення меншої імовірності помилки декодування порівняно з алгебраїчним методом декодування. У [10] запропоновано алгоритми для програмної реалізації даного методу декодування алгебраїчних згорткових кодів.

У [11] показано, що декодування за впорядкованими статистиками можна розглядати у якості універсального методу декодування коротких завадостійких кодів. Зокрема, у [12] проведено дослідження особливостей цього методу декодування, проаналізовано статистичні властивості та вплив

зваженої ваги Хемінга між оцінками кодового слова та прийнятим з каналу зв'язку словом на реалізацію декодера. Для зменшення обчислювальної складності декодування у [13] застосовується локальне обмеження впорядкованих статистик для пошуку тестових помилок з використанням модифікованого декодування Вітербі. Введення специфічних параметрів та імовірнісних оцінок для зменшення області пошуку тестових помилок дозволяють додатково покращити ефективність декодування за впорядкованими статистиками [14].

Таким чином, проведений аналіз показав, що доцільно розглянути застосування процедури впорядкованих статистик для підвищення ефективності декодування коротких алгебраїчних згорткових кодів у системах радіозв'язку нового покоління.

Мета статті: оцінювання ефективності декодування за впорядкованими статистиками коротких алгебраїчних згорткових кодів у системах радіозв'язку нового покоління.

Виклад основного матеріалу

Деякий (n, k, m) алгебраїчний згортковий код повністю задається узагальненою породжувальною матрицею, побудованою з використанням обраного недвійкового блокового коду, та характеризується наступними параметрами: довжина інформаційного кадру k , довжина кодового кадру n , довжина кодового обмеження m , швидкість кодування R . Теоретично дані коди можуть застосовуватись для кодування нескінченної інформаційної послідовності, але на практиці інформаційне повідомлення завжди обмежується та застосовуються різні механізми усичення згорткових кодів. Це дозволяє розглянути можливість м'якого декодування алгебраїчних згорткових кодів на основі стандартних методів, наявних у теорії блокових кодів. Відомо, що декодування за впорядкованими статистиками є універсальним та ефективним методом для блокових кодів з довільною структурою, тому у роботі проведено дослідження ефективності застосування даного підходу до алгебраїчних згорткових кодів.

Оцінювання ефективності методу декодування алгебраїчних згорткових кодів за впорядкованими статистиками засновано на розробленій програмній реалізації за використанням мови програмування Python. Блок-схема алгоритму проведення моделювання представлена на рис. 1.

Вихідними даними для моделювання є параметри алгебраїчного згорткового коду, довжина інформаційного повідомлення, степінь декодування за впорядкованими статистиками, діапазон відношення сигнал/шум та цільовий коефіцієнт помилок. Моделювання передбачає генерування кодових слів для кожного випадкового інформаційного повідомлення на основі узагальненої породжувальної матриці заданого алгебраїчного згорткового коду. При моделюванні було використано алгебраїчні згорткові коди з максимальною кодовою відстанню, побудовані на базі породжувальної матриці коду Ріда-Соломона [9].

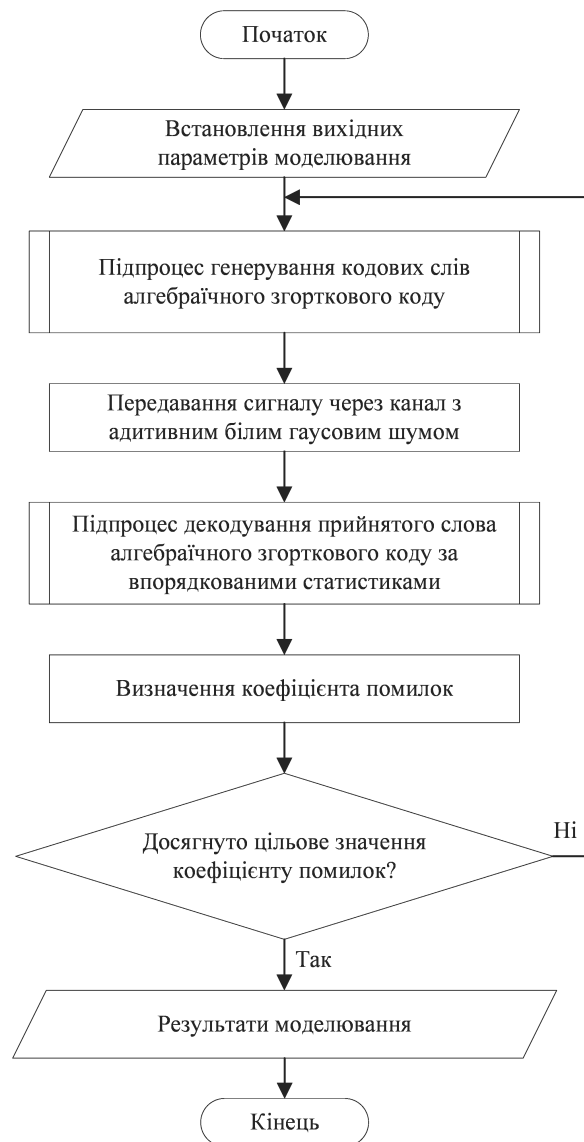


Рис. 1. Блок-схема алгоритму проведення моделювання

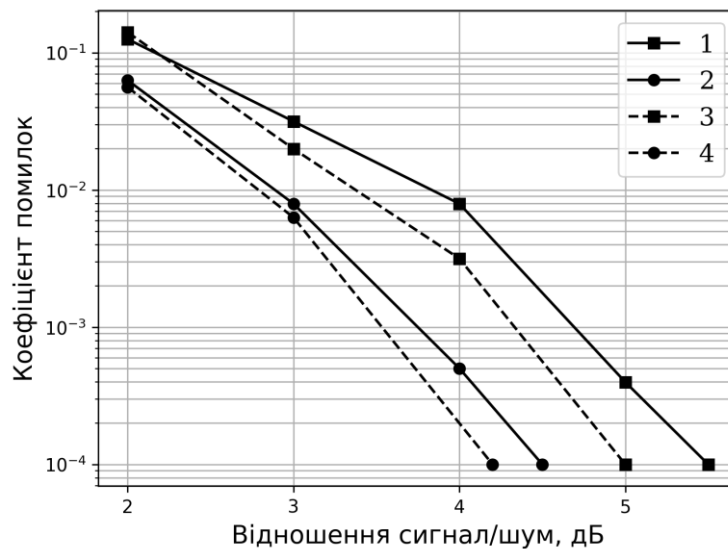
Передавання інформації здійснюється фазомодульованим сигналом, що відповідає кодовому слову, через канал зв'язку з адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ). Декодування прийнятого слова реалізується для обраної степені впорядкованих статистик D із визначенням відповідного коефіцієнту помилок. У розробленій програмній реалізації декодування здійснюється за критерієм мінімізації зваженої ваги Хемінга між згенерованими тестовими кодовими словами та прийнятим словом [11, 12]. Процес моделювання продовжується до досягнення цільового значення коефіцієнту помилок p . За результатами моделювання формується набір знайдених оцінок кодових слів алгебраїчного згорткового коду та зберігаються коефіцієнти помилок для кожного значення сигнал/шум.

Параметри моделювання наведено у табл. 1.

Результати моделювання методу декодування за впорядкованими статистиками для обраних алгебраїчних згорткових кодів у каналі з АБГШ наведено на рис. 2.

Таблиця 1 – Параметри моделювання

Назва параметру	Значення			
Модель каналу	АБГШ			
Метод модуляції	Фазова модуляція			
Тип завадостійкого коду	Алгебраїчний згортковий код			
Довжина інформаційного повідомлення	64			
Швидкість кодування	1/2			
Довжина кодового обмеження	6	8		
Метод декодування	Декодування за впорядкованими статистиками			
Степінь впорядкованих статистик	1	2	1	2
Діапазон відношення сигнал/шум, дБ	від 2 до 6			
Цільовий коефіцієнт помилок	10^{-4}			

Рис. 2. Залежність коефіцієнту помилок від відношення сигнал/шум для алгебраїчних згорткових кодів з $R = 1/2$

На рис. 2 позначено:

1, 2 – результати декодування за впорядкованими статистиками (2, 1, 6) алгебраїчного згорткового коду при $D=1$ та $D=2$ відповідно;

3, 4 – результати декодування за впорядкованими статистиками (2, 1, 8) алгебраїчного згорткового коду при $D=1$ та $D=2$ відповідно.

З аналізу графіків на рис. 2 слідує, що у випадку (2, 1, 6) алгебраїчного згорткового коду збільшення степеня впорядкованих статистик D дозволяє отримати додатковий енергетичний вигоду близько 1,3 дБ для цільового коефіцієнту помилок $p = 10^{-4}$. Одним із шляхів підвищення ефективності декодування є збільшення довжини кодового обмеження m , хоча це, в свою чергу, призводить до зростання затримки обробки інформації та обчислювальної складності декодування [6, 9]. З проведених експериментів випливає, що застосування (2, 1, 8) алгебраїчного згорткового коду та декодування за впорядкованими статистиками при $D=1$, підвищує енергетичну ефективність на 0,8 дБ для заданого значення коефіцієнту помилок $p = 10^{-4}$. При цьому

збільшення степеня впорядкованих статистик до $D=2$ дозволяє отримати лише близько 0,3 дБ енергетичного вигоду порівняно з (2, 1, 6) алгебраїчним згортковим кодом.

Таким чином, вигоду від збільшення степеня впорядкованих статистик є не досить значимим для алгебраїчних згорткових кодів зі швидкістю кодування $R = 1/2$ та довжиною кодового обмеження $m = 8$.

Висновки

Для забезпечення високої якості надання послуг у системах радіозв'язку різних поколінь широке застосування знаходять згорткові коди.

Передавання коротких службових повідомлень у каналах керування новітніх систем радіозв'язку доцільно реалізувати з використанням алгебраїчних згорткових кодів.

У роботі розглянуто застосування декодування за впорядкованими статистиками до коротких алгебраїчних згорткових кодів.

Для оцінювання ефективності даного підходу було проведено моделювання на основі розробленої

програмної реалізації процесу завадостійкого передавання інформації через канал з АБГШ.

Визначено, що декодування за впорядкованими статистиками дозволяє забезпечити ефективне декодування алгебраїчних згорткових кодів для цільового коефіцієнту помилок, особливо у діапазоні високого

відношення сигнал/шум (у області понад 4 дБ).

Представлений метод декодування доцільно використати для підвищення ефективності передавання службової інформації на базі коротких алгебраїчних згорткових кодів у системах радіозв'язку нового покоління.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Aslam A. M., Chaudhary R., Bhardwaj A., Budhiraja I., Kumar N., Zeadally S. Metaverse for 6G and beyond: the next revolution and deployment challenges. *IEEE Internet of Things Magazine*. 2023. Vol. 6. No. 1. P. 32-39. <https://doi.org/10.1109/IOTM.001.2200248>.
2. Masaracchia A., Li Y., Nguyen K. K., Yin C., Khosravirad S. R., Benevides Da Costa D. UAV-enabled ultra-reliable low-latency communications for 6G: a comprehensive survey. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 137338–137352. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3117902>.
3. Pocovi G., Kolding T., Pedersen K. I. On the cost of achieving downlink ultra-reliable low-latency communications in 5G networks. *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 29506–29513. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3158361>.
4. Zhang H., Tong W. Channel coding for 6G extreme connectivity – requirements, capabilities, and fundamental tradeoffs. *IEEE BITS the Information Theory Magazine*. 2023. Vol. 3. No. 1. P. 54-66. <https://doi.org/10.1109/MBITS.2023.3322978>.
5. Geiselhart M., Krieg F., Clausius J., Tandler D., Ten Brink S. 6G: a welcome chance to unify channel coding? *IEEE BITS the Information Theory Magazine*. 2023. Vol. 3. No. 1. P. 67-80. <https://doi.org/10.1109/MBITS.2023.3322974>.
6. Wang Q., Cai S., Chen L., Ma X. Semi-LDPC convolutional codes: construction and low-latency windowed list decoding. *Journal of Communications and Information Networks*. 2021. Vol. 6. No. 4. P. 411-419. <https://doi.org/10.23919/JCIN.2021.9663105>.
7. Martínez-Peñas U., Napp D. Locally repairable convolutional codes with sliding window repair. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2020. Vol. 66. No. 8. P. 4935-4947. <https://doi.org/10.1109/TIT.2020.2977638>.
8. Gómez-Torrecillas J., Lobillo F.J., Navarro, G., Sánchez-Hernández J. P. Peterson–Gorenstein–Zierler algorithm for differential convolutional codes. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing*. 2021. 32. P. 321-344. <https://doi.org/10.1007/s00200-020-00464-6>.
9. Panchenko, S., Prykhodko, S., Kozelkov, S., Shtompel, M., Kosenko, V., Shefer, O., Dunaievska, O. Analysis of efficiency of the bioinspired method for decoding algebraic convolutional codes. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. 2(4 (98)). P. 22–30. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.160753>.
10. Приходько С.І., Штомпель М. А., Власов А. В. Принципи програмної реалізації біоінспірованого методу декодування алгебраїчних згорткових кодів. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2019. № 2. С. 18-24. <https://doi.org/10.18664/iksz.v0i2.164877>.
11. Shirvanimoghaddam M. et al. Short block-length codes for ultra-reliable low latency communications. *IEEE Communications Magazine*. 2019. Vol. 57. No. 2. P. 130–137. <https://doi.org/10.1109/MCOM.2018.1800181>.
12. Yue C., Shirvanimoghaddam M., Vucetic B., Li Y. A revisit to ordered statistics decoding: distance distribution and decoding rules. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2021. Vol. 67. No. 7. P. 4288–4337. <https://doi.org/10.1109/TIT.2021.3078575>.
13. Liang J., Wang Y., Cai S., Ma X. A low-complexity ordered statistic decoding of short block codes. *IEEE Communications Letters*. 2023. Vol. 27. No. 2. P. 400–403. <https://doi.org/10.1109/LCOMM.2022.3222819>.
14. Yue C., Shirvanimoghaddam M., Park G., Park O.-S., Vucetic B., Li Y. Probability-based ordered-statistics decoding for short block codes. *IEEE Communications Letters*. 2021. Vol. 25. No. 6. P. 1791–1795. <https://doi.org/10.1109/LCOMM.2021.3058978>.

Received (Надійшла) 14.01.2025

Accepted for publication (Прийнята до друку) 05.03.2025

Evaluation of efficiency of ordered statistics decoding for algebraic convolutional codes

M. Shtompel, I. Kovtun, I. Husyeva

Abstract. The paper considers the application of ordered statistics decoding to short algebraic convolutional codes. It is shown that this approach is expedient to use for reliable transmission of service messages in control channels of modern radio communication systems. The paper proposes an algorithm for software implementation of the process of noise-resistant information transmission for given conditions. The general principles and features of the implementation of the main stages of modeling are considered. The research was conducted for algebraic convolutional codes with maximum code distance for different code constraint lengths. Decoding of these codes was implemented for two selected values of ordered statistics in additive white Gaussian noise channel. In the developed software implementation, decoding was carried out according to the criterion of minimizing the weighted Hamming weight between the generated test codewords and the received word. The modeling was completed when the target value of the error rate was reached. According to the results of the conducted research, it was determined that ordered statistics decoding is effective for short algebraic convolutional codes, especially in the range of high signal-to-noise ratio. The presented decoding method is advisable to use to increase the efficiency of service information transmission based on short algebraic convolutional codes in new generation radio communication systems.

Keywords: algebraic convolutional codes, ordered statistics, decoding, efficiency, modeling, radio communication systems.